***Отчет о проделанной лабораторной работе № 2.6***

По предмету **: Компьютерный практикум по математическому анализу**

На тему**: Дифференцирование функций многих переменных. Формула Тейлора**

**Выполнила студентка ПИН-14**

**Марина Алина**

Зеленоград 2020

**Упражнение 1.**

а) Вычислите частные производные первого и второго порядка функции .

б) Найдите градиент функции  в точке .

Syms x y

z=cos(3\*x+y^2);

dx=diff(z,x)

dy=diff(z,y)

d2x=diff(dx,x)

d2y=diff(dy,y)

dxdy=diff(dx,y)

dydx=diff(dy,x)

dx =(-3)\*sin(y^2 + 3\*x)

dy =(-2)\*y\*sin(y^2 + 3\*x)

d2x =(-9)\*cos(y^2 + 3\*x)

d2y =- 2\*sin(y^2 + 3\*x) - 4\*y^2\*cos(y^2 + 3\*x)

dxdy =(-6)\*y\*cos(y^2 + 3\*x)

dydx=(-6)\*y\*cos(y^2 + 3\*x)

symsxyz;

f = 2\*x^3\*y + x - z;

dfdx = diff(f,x,1);

dfdy = diff(f,y,1);

dfdz = diff(f,z,1);

symsijk;

grad = subs(dfdx\*i + dfdy\*j + dfdz\*k,[x y z],[1 2 -3])

grad =13\*i + 2\*j – k

…………………………………………………………………………………..

**Упражнение 2.**

Вычислите якобиан перехода от декартовой системы координат к цилиндрической (переход осуществляется по формулам: , , ).

clear

symsrtz

x=r\*cos(t);

y=r\*sin(t);

z=z;

A=[diff([x;y;z],r) diff([x;y;z],t) diff([x;y;z],z)]

A =

[ cos(t), -r\*sin(t), 0]

[ sin(t), r\*cos(t), 0]

[ 0, 0, 1]

I=det(A)

I=simplify(I)

I =r\*cos(t)^2 + r\*sin(t)^2

I =r

……………………………………………………………………………………

**Упражнение 3.**

а) Найдите первый дифференциал  функции  в точке , если , .

symsxy

z=x\*y^2+2\*y-x^2;

px=diff(z,x);

py=diff(z,y);

Dx=0.1; Dy=-0.2;

dz=px\*Dx+py\*Dy;

dz=subs(dz,{x,y},[2, -1])

dz =0.1000

б) Создайте М-функцию, вычисляющую первый дифференциал функции  в точке  при приращениях , . В число входных параметров включите функцию , ее аргументы  и их приращения , , заданные в символьном виде, координаты точки  и числовые значения приращений аргументов. В число выходных параметров включите символьное выражение первого дифференциала в точке  и его числовое значение при заданных приращениях аргументов. Протестируйте М-функцию, используя данные пункта а).

function [df df0] = differ(f,Dx,Dy,x0,y0)

symsxydxdy

px=diff(f,x);

py=diff(f,y);

df=px\*dx+py\*dy;

df0=subs(df,{x,y,dx,dy},[x0, y0,Dx, Dy]);

end

symsxy

[df df0]=differ(x\*y^2+2\*y-x^2,0.1,-0.2,2,-1)

df =dy\*(2\*x\*y + 2) - dx\*(2\*x - y^2)

df0 = 0.1000

…………………………………………………………………………………

**Упражнение 4.**

а) Найдите второй дифференциал  функции  в точке , если , .

symsxy

z=x\*y^2+2\*y-x^2;

px=diff(z,x);

py=diff(z,y);

Dx=0.1; Dy=-0.2;

p2x=diff(px,x);

p2y=diff(py,y);

pxpy=diff(px,y);

pypx=diff(py,x);

d2z=p2x\*Dx^2+p2y\*Dy^2+pxpy\*Dx\*Dy+pypx\*Dy\*Dx;

d2z=subs(d2z,{x,y},[2, -1])

d2z =0.2200

б) Создайте М-функцию, вычисляющую второй дифференциал функции  в точке  при приращениях , . В число входных параметров включите функцию , ее аргументы  и их приращения , , заданные в символьном виде, координаты точки  и числовые значения приращений аргументов. В число выходных параметров включите символьное выражение второго дифференциала в точке  и его числовое значение при указанных приращениях аргументов. Протестируйте М-функцию, используя данные пункта а).

function [d2f d2f0] = differ2(f,Dx,Dy,x0,y0)

symsxydxdy

px=diff(f,x);

py=diff(f,y);

p2x=diff(px,x);

p2y=diff(py,y);

pxpy=diff(px,y);

pypx=diff(py,x);

d2f=p2x\*dx^2+p2y\*dy^2+pxpy\*dx\*dy+pypx\*dy\*dx;

d2f0=subs(d2f,{x,y,dx,dy},[x0, y0,Dx, Dy]);

end

symsxy

[d2f d2f0]=differ2(x\*y^2+2\*y-x^2,0.1,-0.2,2,-1)

d2f =- 2\*dx^2 + 4\*y\*dx\*dy + 2\*x\*dy^2

d2f0 = 0.2200

…………………………………………………………………………………….

**Упражнение 5.**

а) Создайте М-функцию, раскладывающую функцию  в точке  в ряд Тейлора до членов 1-го порядка включительно. В число входных параметров включите функцию , ее аргументы  и их приращения , , заданные в символьном виде, координаты точки  и числовые значения приращений аргументов. В число выходных параметров включите символьное разложение  функции  по формуле Тейлора в точке  до членов 1-го порядка включительно, записанное через произвольные значения аргументов функции, а также приближенное значение функции  в точке ,  (значение ) при указанных значениях .

function [F F0]=teylor\_xy(f,Dx,Dy,x0,y0)

symsxy

[df df0]=differ(f,Dx,Dy,x0,y0);

F=subs(f,{x,y},[x0,y0])+df;

F0=subs(f,{x,y},[x0,y0])+df0;

end

б) Используйте М-функцию из п. а) для вычисления приближенного значения функции  в точке . Сравните полученный результат с точным значением этой функции в указанной точке.

symsxy

[F F0]=teylor\_xy(x\*y^2+2\*y-x^2,0.1,-0.2,2,-1)

f0=subs(x\*y^2+2\*y-x^2,{x,y},[2.1,-1.2])

f0=subs(x\*y^2+2\*y-x^2,{x,y},[2,-1])

F =dy\*(2\*x\*y + 2) - dx\*(2\*x - y^2) - 4

F0 =-3.9000

f0 = -3.7860

f0 =-4

в) Постройте в одной системе координат в области 

поверхности  и .

[X, Y]=meshgrid(0:0.05:4, -2:0.05:2);

Z=X.\*Y.^2+2.\*Y-X.^2;

surf(X,Y,Z)

hold on

xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')

colorbar

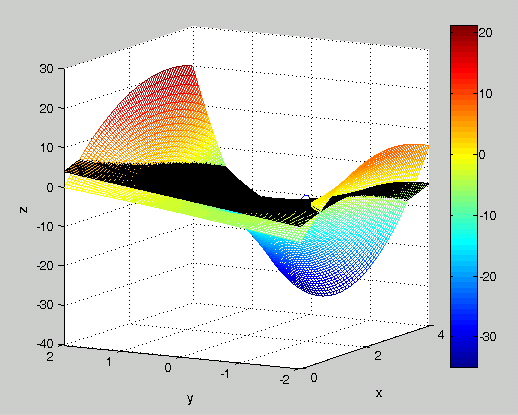
z=subs(teylor\_xy(x\*y^2+2\*y-x^2,0.1,-0.2,2,-1),{'dx','dy'},[x-0.1,y+0.2])

z =(2\*x\*y + 2)\*(y + 1/5) - (2\*x - y^2)\*(x - 1/10) – 4

Z=(2.\*X.\*Y + 2).\*(Y + 1/5) - (2.\*X - Y.^2).\*(X - 1/10) - 4;

mesh(X,Y,Z)

plot3(2,-1,-4,'o')



……………………………………………………………………………………

**Упражнение 6.**

а) Создайте М-функцию, раскладывающую функцию  в точке  по формуле Тейлора до членов 2-го прядка включительно. В число входных параметров включите функцию , ее аргументы  и их приращения , , заданные в символьном виде, координаты точки  и числовые значения приращений аргументов. В число выходных параметров включите символьное разложение  функции  по формуле Тейлора в точке  до членов 2-го порядка включительно, записанное через произвольные значения аргументов функции, а также приближенное значение функции  в точке ,  (значение ) при указанных значениях .

function [F F0]=teylor2\_xy(f,Dx,Dy,x0,y0)

symsxy

[df df0]=differ(f,Dx,Dy,x0,y0);

[d2f d2f0]=differ2(f,Dx,Dy,x0,y0);

F=subs(f,{x,y},[x0,y0])+df+d2f/2;

F0=subs(f,{x,y},[x0,y0])+df0+d2f0/2;

end

б) Используйте М-функцию из п. а) для вычисления приближенного значения функции  в точке . Сравните полученный результат с точным значением этой функции в указанной точке и с ее приближенным значением, полученным по формуле Тейлора до членов 1-го порядка.

symsxy

[F F0]=teylor2\_xy(x\*y^2+2\*y-x^2,0.1,-0.2,2,-1)

F =- dx^2 + 2\*y\*dx\*dy + (y^2 - 2\*x)\*dx + x\*dy^2 + (2\*x\*y + 2)\*dy - 4

F0 =-3.7900

в) Постройте в одной системе координат в области,  поверхности ,  и .



clear

clc

[X, Y]=meshgrid(-6:1:6, -6:1:6);

Z=exp(sqrt(x)).\*(X.^2+2.\*Y.^2);

surf(X,Y,Z)

hold on

xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')

colorbar

z=subs(teylor\_xy(exp(sqrt(x))\*(x^2+2\*y^2),-0.2,-0.2,3,3),{'dx','dy'},[x+0.2,y+0.2])

z =(exp(x + y)\*(x^2 + 2\*y^2) + 2\*x\*exp(sqrt(x)))\*(x + 1/5) + (exp(sqrt(x))\*(x^2 + 2\*y^2) + 4\*y\*exp(sqrt(x)))\*(y + 1/5) + 1.0893e+04

Z=(exp(sqrt(X)).\*(X.^2 + 2.\*Y.^2) + 2.\*X.\*exp(sqrt(X))).\*(X + 1/5) + (exp(sqrt(X)).\*(X^2 + 2.\*Y^2) + 4.\*Y.\*exp(sqrt(X))).\*(Y + 1/5) + 1.0893e+04

mesh(X,Y,Z)

z=subs(teylor2\_xy(exp(sqrt(x))\*(x^2+2\*y^2),-0.2,-0.2,3,3),{'dx','dy'},[x+0.2,y+0.2])

z =((x + 1/5)^2\*(2\*exp(sqrt(x)) + exp(sqrt(x))\*(x^2 + 2\*y^2) + 4\*x\*exp(sqrt(x))))/2 + ((y + 1/5)^2\*(4\*exp(sqrt(x)) + exp(sqrt(x))\*(x^2 + 2\*y^2) + 8\*y\*exp(sqrt(x))))/2 + (exp(sqrt(x))\*(x^2 + 2\*y^2) + 2\*x\*exp(sqrt(x)))\*(x + 1/5) + (exp(sqrt(x))\*(x^2 + 2\*y^2) + 4\*y\*exp(sqrt(x)))\*(y + 1/5) + (x + 1/5)\*(y + 1/5)\*(exp(sqrt(x))\*(x^2 + 2\*y^2) + 2\*x\*exp(sqrt(x)) + 4\*y\*exp(sqrt(x))) + 1.0893e+04

Z= ((X + 1/5).^2.\*(2.\*exp(sqrt(X)) + exp(sqrt(X)).\*(X.^2 + 2.\*Y.^2) + 4.\*X.\*exp(sqrt(X))))/2 + ((Y + 1/5).^2.\*(4.\*exp(sqrt(X)) + exp(sqrt(X)).\*(X.^2 + 2.\*Y.^2) + 8.\*Y.\*exp(sqrt(X))))/2 + (exp(X + Y).\*(X.^2 + 2.\*Y.^2) + 2.\*X.\*exp(sqrt(X))).\*(X + 1/5) + (exp(sqrt(X)).\*(X.^2 + 2.\*Y.^2) + 4.\*Y.\*exp(sqrt(X))).\*(Y + 1/5) + (X + 1/5).\*(Y + 1/5).\*(exp(sqrt(X)).\*(X.^2 + 2.\*Y.^2) + 2.\*X.\*exp(sqrt(X)) + 4.\*Y.\*exp(sqrt(X))) + 1.0893e+04

mesh(X,Y,Z)

